

# Mehaanika

Taavet Kalda

22.01.2017

## Staatika

Staatika ülesannete puhul on lahenduskäik harilikult standardne: tuleb välja kirjutada igale kehale mõjuvate jõudude tasakaalu tingimus  $x$ -,  $y$ - ja vajadusel ka  $z$ -komponendi jaoks; sageli tuleb neile lisada veel jõumomentide tasakaalu tingimus.

## Dünaamika

Dünaamika ülesandeid on harilikult võimalik lahendada mitut moodi. Siinkohal võib välja tuua kaks meetodit:

- Leiame ning paneme kirja iga keha jaoks kõik talle mõjuvad jõud, sh rõhumisjõud ja hõõrdejõud ning kirjutame välja Newtoni II seaduse komponentide kujul.
- kui süsteemi olek on kirjeldatav üheainsa arvu abil, siis nimeagem seda üldistatud koordinaadiks  $\xi$ . Olgu meil vaja leida koordinaadi  $\xi$  kiirendus  $\ddot{\xi}$ . Kui meil õnnestub avaldada süsteemi potentsiaalne energia  $\Pi$  koordinaadi  $\xi$  funktsioonina  $\Pi(\xi)$  ja kineetiline energia kujul  $K = \mathcal{M}\dot{\xi}^2/2$ , kus kordaja  $\mathcal{M}$  on kombinatsioon keha massidest (ja võib-olla ka inertsimomentidest), siis

$$\ddot{\xi} = -\Pi'(\xi)/\mathcal{M}.$$

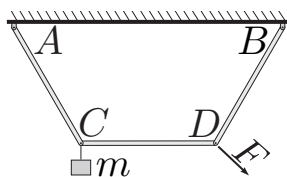
Siinjuures ülalpunkt tähistab tuletist aja järgi ning primm tuletist koordinaadi  $\xi$  järgi. Tõepoolest, energia jäävusest tulenevalt  $\Pi(\xi) + \mathcal{M}\dot{\xi}^2/2 = \text{Const}$ . Võttes siit tuletise aja järgi ja kasutades liitfunktsiooni diferentseerimise reeglit saame  $\Pi'(\xi)\dot{\xi} + \mathcal{M}\dot{\xi}\ddot{\xi} = 0$ . Taandades  $\dot{\xi}$  jõuamegi eelpooltoodud valemile.

## Kasulikke nippe

- Kui tasakaalus kehale mõjuvad kolm eri punktidesse rakendatud jõudu, siis nende pikendused lõikuvad ühes punktis. Kui rakenduspunkte on kaks, siis jõudude pikendus-sirged ühtivad.
- Kaldpinnal algab libisemine siis, kui kaldenurk  $\alpha$  rahuldab tingimust  $\tan \alpha = \mu$ .
- Kui kehade süsteemile mõjuvate väliste jõudude summa ja massikeskme kiiruse  $x$ -komponent on nullid, siis massikeskme  $x$ -koordinaat jääb konstantseks.

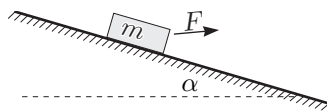
## Ülesanded

1. Kolm ühesugust varrast on ühendatud šarniirselt ning kaks otsmist on šarniirselt kinnitatud horisontaalse lae külge punktides  $A$  ja  $B$ . Nende punktide vaheline kaugus on kaks korda suurem, kui varraste pikkus. Šarniirse ühenduse  $C$  külge on riputatud koormis massiga  $m$ . Millise minimaalse jõuga on vaja hoida šarniiri  $D$ , et süsteem püsiks paigal ja varras  $CD$  oleks horisontaalne?

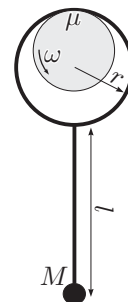


2. Poiss veab enda järel  $L = 50$  m pikkust köit mööda horisontaalpinda hõõrdeteguriga  $\mu = 0,6$ , hoides köie otsa kõrgusel  $H = 1$  m maapinnast. Milline on maad mitte-puudutava köieosa pikkus  $l$ ?

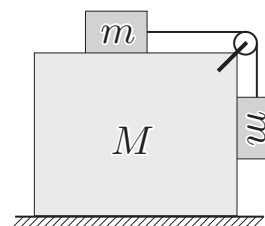
3. Millist minimaalset jõudu on vajalik rakendada selleks, et nihutada paigalt kaldpinnal leavat klotsi, mille mass on  $m$ , kui hõõrdetegur on  $\mu$  ja kaldenurk  $\alpha$ ? Vaadelda juhtumeid kui a)  $\alpha = 0$ ; b)  $0 < \alpha < \arctan \mu$ .



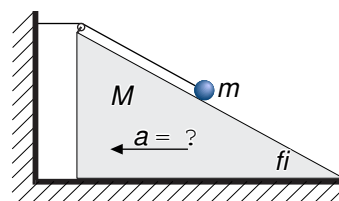
4. Kerge traatvarda üks ots on keeratud rõngaks raadiusega  $r$ . Varda sirge osa pikkus on  $l$  ja teise otsa külge on kinnitatud kuulike massiga  $M$ . Sel viisil moodustatud pendel on riputatud rõnga abil pöörleva võlli külge. Hõõrdetegur võlli ja rõnga vahel on  $\mu$ . Leida millise nurga moodustab varras tasakaaluasendis vertikaalsihiga.



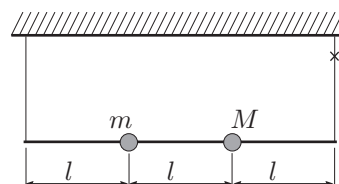
5. Klots massiga  $M$  lebab libedal horisontaalpinnal. Tema peale on asetatud klots massiga  $m$ , mille külge on kinnitatud nööri abil teine samasugune klots. Nöör on tõmmatud üle suure klotsi nurgas asuva ploki ning teine väike klots ripub alla. Algselt hoitakse süsteemi paigal. Leidke suure klotsi kiirendus vahetult peale süsteemi vabastamist. Hõõre lugeda kõikjal nulliks, nööri ja ploki massi mitte arvestada.



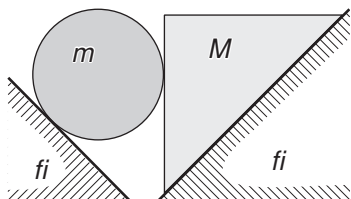
6. Kiilul nurgaga  $\alpha$  ja massiga  $M$  asub klotsike massiga  $m$ , mis on kinnitatud üle kiilu tipus oleva ploki tõmmatud nööriga horisontaalseina külge nii, nagu näidatud joonisel. Leidke, millise kiirendusega hakkab liikuma kiil. Kõik pinnad on libedad (hõõre puudub).



7. Kerge varras pikkusega  $3l$  on kinnitatud lakke kahe võrdse pikkusega nööri abil. Varda küljes on kaks kuulikest massiga  $m$  ja  $M$ , mille kaugus nii üksteisest kui ka varda ottest on  $l$ . Leidke pinge teises nööris vahetult peale seda, kui esimene on läbi lõigatud.



8. Kaks hästi libedat ( $\mu = 0$ ) kiilu-kujulist kaldpinda, millel on ühesugused kaldenurgad  $\alpha$ , on asetatud sel viisil, et servad on paralleelsed, kalded on vastakuti ja nende vahele jääb väike pilu (vt joonis). Pindade peale on asetatud silinder ja kiilu-kujuline klots nurgaga, kusjuures nad toetuvad üksteise vastu ning klotsi üks tahk on horisontaalne; massid on vastavalt  $m$  ja  $M$ . Millise kiirendusega nad hakkavad liikuma? Leidke nende vaheline rõhumisjõud.



9.\* Kolm pisikest silindrikest on ühendatud kaalutute varraste abil, kusjuures keskmise silindri juures on liigend, nii et varraste vaheline nurk saab vabalt muutuda; alghetkel on see täisnurk. Kaks silindrit on ühesuguse massiga  $m$ , ühe otsmise silindri mass on aga  $4m$ . Leidke, milline on selle raskema silindri kiirendus vahetult peale liikuma hakkamist. Hõõre on igal pool null.

