

Geomeetrilised trikid kinemaatikas

Taavet Kalda

07.01.2019

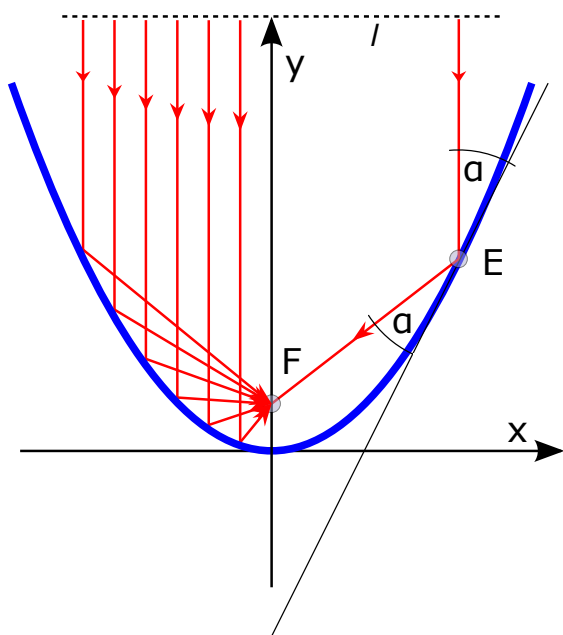
Sissejuhatus

Kinemaatika on mehaanika haru, mis uurib kehade liikumist. Olulise osa sellest moodustavad ballistilised ülesanded, kus uuritakse kehade liikumist gravitatsiooniväljas. Teatud ülesannetes on võimalik rakendada geomeetrilise võtteid, et lahenduskäiku märkimisväärselt lihtsustada.

Matemaatiline taust

Parabooliks nimetatakse tasandi kõigi selliste punktide hulka, mis on võrdset perpendikulaarsel kaugusel sellel tasandil asetsevast etteantud sirgest l ja etteantud punktist F . Antud omadusele leidub ka geomeetrilisel optikal tuginev tõlgendus. Juhul kui parabooli pind peegeldab valgust ja parabooli pinnale langeb sümmeetriateljega paralleelne valguskimp, siis koondub valgus parabooli fookuses (järel-dub Fermat printsibist).

Ristkoordinaatides järgib parabool võrrandit $y = ax^2$, kus fookuse koordinaadid on $(0, \frac{1}{4a})$.



Ülesanded

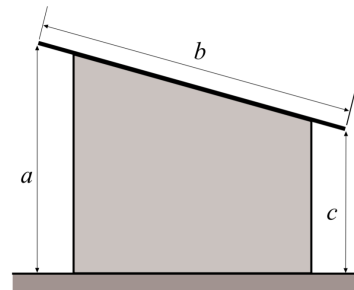
1. Milline on see ruumiosa, kuhu saab lasta kahuriga, mis asub koordinaatide alguspunktis ja mis annab kuulile algkiiruse v_0 ? Las-kesuuna võib valida vastavalt vajadusele.

Selgub, et vastav ruumiosa on parabool, mille fookuses on kahur. See on väga kasulik omadus, sest see tähendab, et kõik punktid, mida kahur vaevu tulistada saab, järgivad parabooli omadusi. Vaatame järgnevat ülesannet.

2. Kaldpinnale nurgaga α asetatakse kahur, mis tulistab algkiirusega v_0 vabalt valitud suunas. Mis on maksimaalne kaugus mööda kaldpinda, nii ülesse kui ka alla, mida kahur tulistada saab?

3. Koordinaatide algpunktist visatakse minimaalse algkiirusega kivi koordinaatidele (x, y) . Näita, et kui kivi trajektoori nurk horisondi suhtes alguses on α ja lõpus β , siis $\alpha + \beta = 90^\circ$.

4. Millise minimaalse algkiiruse peab andma kivile, et visata üle viilkatuse? Viilkatuse laius on b , ühe otsa kõrgus on a , teise kõrgus c .



5. Algkiirusega v_0 visatud palli liikumine homogeenises gravitatsiooniväljas toimub $x - z$ -tasandis, kus x -telg on horisontaalne ning z -telg vertikaalne ja vastassuunaline vabalangemise kiirendusega g . Õhuhõõrdumisest tuleneva takistusjõuga mitte arvestada. stardipunkti asukohta võib maapinnal $z = 0$ vabalt valida ja stardinurka muuta vastavalt soovile. Eesmärgiks on tabada kerakujulise hoone kõige ülemist punkti (kera raadius on R , vt joonist) alustades võimalikult väikese algkiirusega v_0 (enne sihtmärgi tabamist pole pallil lubatud katuse pinnalt pörgata). Mis on vastav minimaalne stardikiirus?

